Probleme cu interpretări Predicate

Problema 9.2.2.

Transformaţi din limbaj natural în formule predicative afirmaţiile următoare, alegând corespunzător constantele, simbolurile de funcţii şi simbolurile de predicate.

1. Pentru orice număr întreg pozitiv *x*, dacă *x* nu este număr prim atunci există un număr prim *y* astfel încât *y* divide pe *x* si *y* este mai mic decât *x*.

Domeniu: **N**

Variabile: x,y

Constante: -

Funcții: *f* :**N**?→**N** –

Predicate: P: **N**→ {T,F} P(x) = ”x este prim”

Q,R: **N**2→ {T,F}, Q(x,y) = „y | x”, R(x,y) = „y < x”

(∀x) ( ¬P(x) → (∃y) (P(y) ∧ Q(x,y) ∧ R(x,y)))

Problema 9.2.3.

Să se evalueze formulele următoare în interpretările precizate:

1. U= (∃x)(P(x) ∧ Q(x)) →(∃x)P(x) ∨ Q(12)

Interpretarea: =<*D*,*m*>, unde:

*D* =**N** (mulţimea numerelor naturale)

*m*( *P*): **N**→{T,F}, *m*(*P*)(*x*) : „*x*5”;

*m*( *Q*)*:* **N**→{T,F}, *m*(*Q*)(*x*) : „*x*7”;

νI(U)= νI((∃x)(P(x) ∧ Q(x)) →(∃x)P(x) ∨ Q(12)) = νI((∃x)(P(x) ∧ Q(x))) →νI((∃x)P(x) ∨ Q(12)) =νI((∃x)(P(x) ∧ Q(x))) →νI((∃x)P(x)) ∨ νI(Q(12)) = „∃x∈**N**, x**5∧ x**7”→ „∃x∈**N**, x**5” ∨ „12**7 = T → T ∨ F = T→ T = T ⇒ *I* model, U este consistentă

Problema 9.2.4.

Demonstraţi că formulele următoare nu sunt valide construind anti-modele pentru acestea:

2. U= (∃x)(P(x) → Q(x)) →((∃x)P(x) → (∃x)Q(x));

I1=<D1,m1>

D1=**N**

m1 (P):**N**→{T,F}, m1 (P)(x)=”2|x”

m1 (Q):**N**→{T,F}, m1 (Q)(x)=”x=10”

(U)= ((∃x)(P(x) → Q(x)) →((∃x)P(x) → (∃x)Q(x)))=

= ((∃x)(P(x) → Q(x))) → ((∃x)P(x) → (∃x)Q(x))=

= ((∃x)(P(x) → Q(x))) →( ((∃x)P(x)) → ((∃x)Q(x)))=

= „∃x∈N, 2|x→x=10” → („∃x∈N, 2|x” → „∃x∈N, x=10” =

= T → ( T → T ) = T → T = T ⇒ *I*1 model, U este consistentă

I2=<D2,m2>

D2=**N**

m2 (P):**N**→{T,F}, m2 (P)(x)=”2|x”

m2 (Q):**N**→{T,F}, m2 (Q)(x)=”x=”

(U)= ((∃x)(P(x) → Q(x)) →((∃x)P(x) → (∃x)Q(x)))=

= ((∃x)(P(x) → Q(x))) → ((∃x)P(x) → (∃x)Q(x))=

= ((∃x)(P(x) → Q(x))) →( ((∃x)P(x)) → ((∃x)Q(x)))=

= „∃x∈N, 2|x→x=” → („∃x∈N, 2|x” → „∃x∈N, x=” =

= T → ( T → F ) = T → F = F ⇒ *I*2 anti-model, U nu e validă, deci e contingentă

Problema 9.2.5.

Alegeţi o interpretare arbitrară pentru formula *U* şi arătaţi că aceasta este model al formulei.

2. semidistributivitatea cuantificatorului „” faţă de „”:

*U* =;

**Observaţie:** Toate formulele de la Problema 9.2.5. sunt valide.